1

Resumen de Semántica, (II)

Sintaxis

$m, n \in$	**N**	$= \{\ldots,$ `-2, -1, 0, 1, 2` $,\ldots\}$	números enteros
$t \in$	**T**	$= \{$`true, false`$\}$	booleanos
$i \in$	**Intvar**	$= \{i, j, k, \ldots\}$	variables enteras
$X, Y \in$	**Loc**	$= \{$`X, Y, Z,` $\ldots\}$	variables
$a \in$	**Aexpv**	$=$	expresiones aritméticas
$b \in$	**Assn**	$=$	Aserciones
$c \in$	**Com**	$=$	comandos

Las clases **Aexpv**, **Assn** y **Com** están especificadas por las siguientes ecuaciones BNF:

a	$::=$	n	A	$::=$	`true`	c	$::=$	`skip`
	|	X		|	`false`		|	`X:=a`
	|	i		|	$a_0 = a_1$		|	$c_0; c_1$
	|	$a_0 + a_1$		|	$a_0 < a_1$		|	`if` b `then` c_0 `else` c_1
	|	$a_0 - a_1$		|	$\neg A$		|	`while` b `do` c
	|	$a_0 \times a_1$		|	$A_0 \wedge A_1$			
				|	$A_0 \vee A_1$			
				|	$A_0 \Rightarrow A_1$			
				|	$\forall i.A$			
				|	$\exists i.A$			

2 Semántica denotacional

$\mathcal{A}v[\![a]\!]I : \Sigma \to \mathbf{N}$

Una *interpretación* es una función:

$$I : \mathbf{Intvar} \to \mathbf{N}$$

Regla:

$$(I[n/i])(i) = n$$

$$(I[n/i])(j) = I(j) \text{ si } i \neq j$$

$\mathcal{A}v[\![n]\!]I\sigma = n, \quad \mathcal{A}v[\![X]\!]I\sigma = \sigma(X), \quad \mathcal{A}v[\![i]\!]I\sigma = I(i)$

$\mathcal{A}v[\![a_0 + a_1]\!]I\sigma = \mathcal{A}v[\![a_0]\!]I\sigma + \mathcal{A}v[\![a_1]\!]I\sigma$

$\mathcal{A}v[\![a_0 - a_1]\!]I\sigma = \mathcal{A}v[\![a_0]\!]I\sigma - \mathcal{A}[\![a_0]\!]I\sigma, \quad \mathcal{A}v[\![a_0 \times a_1]\!]I\sigma = \mathcal{A}v[\![a_0]\!]I\sigma \times \mathcal{A}v[\![a_0]\!]I\sigma$

Para toda $a \in \mathbf{Aexp} \subseteq \mathbf{Aexpv}$,

$$\mathcal{A}[\![a]\!]\sigma = \mathcal{A}v[\![a]\!]I\sigma$$

Definimos:

$$\Sigma_\perp = \Sigma \cup \{\perp\}$$

3 $\sigma \models^I A$

$$\sigma \models^I \texttt{true}$$

$$\sigma \models^I (a_0 = a_1) \text{ si } \mathcal{A}v[\![a_0]\!]I\sigma = \mathcal{A}v[\![a_1]\!]I\sigma$$

$$\sigma \models^I (a_0 \leq a_1) \text{ si } \mathcal{A}v[\![a_0]\!]I\sigma \leq \mathcal{A}v[\![a_1]\!]I\sigma$$

$$\sigma \models^I A \wedge B \text{ si } \sigma \models^I A \text{ y } \sigma \models^I B$$

$$\sigma \models^I A \vee B \text{ si } \sigma \models^I A \text{ o } \sigma \models^I B$$

$$\sigma \models^I \neg A \text{ si } \sigma \not\models^I A$$

$$\sigma \models^I A \Rightarrow B \text{ si } (\sigma \not\models^I A) \text{ o } \sigma \models^I B$$

$$\sigma \models^I \forall i.A \text{ si } \sigma \models^{I[n/i]} A \text{ para todo } n \in \underset{\sim}{\mathbf{N}}$$

$$\sigma \models^I \exists i.A \text{ si } \sigma \models^{I[n/i]} A \text{ para algún } n \in \underset{\sim}{\mathbf{N}}$$

$$\perp \models^I A$$

Para toda $b \in \mathbf{Bexp} \subseteq \mathbf{Assn}$, y toda interpretación I,

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{B}[\![b]\!]\sigma & = & \texttt{true} \text{ sí y solo si } \sigma \models^I b \\ \mathcal{B}[\![b]\!]\sigma & = & \texttt{false} \text{ sí y solo si } \sigma \not\models^I b \end{array}$$

4

Definimos la *extensión* de A respecto a una interpretación I como:

$$A^I = \{\sigma \in \Sigma_\perp | \sigma \models^I A\}$$

Una *aserción de corrección parcial*

$$\{A\}\, c\, \{B\}$$

está definida por:

$$\sigma \models^I \{A\}\, c\, \{B\} \text{ sí y solo si } (\sigma \models^I A) \Rightarrow ((\mathcal{C}[\![c]\!]\sigma) \models^I B)$$

Definimos *validez*

$$\models \{A\}\, c\, \{B\}$$

si

$$\sigma \models^I \{A\}\, c\, \{b\} \;\text{ para cualesquiera } I \text{ y } \sigma \in \Sigma_\perp$$

5 Reglas de prueba para la corrección parcial

$$\frac{}{\{A\}\,\texttt{skip}\,\{A\}}\ \text{skip}$$

$$\frac{}{\{A[a/X]\}\, X := a\, \{A\}}\ \text{asignación}$$

$$\frac{\{A\}\, c_0\, \{C\} \quad \{C\}\, c_1\, \{B\}}{\{A\}\, c_0; c_1\, \{B\}}\ \text{concatenación}$$

$$\frac{\{A \wedge b\}\, c_0\, \{B\} \quad \{A \wedge \neg b\}\, c_1\, \{B\}}{\{A\}\,\texttt{if}\ b\ \texttt{then}\ c_0\ \texttt{else}\ c_1\, \{B\}}\ \text{condicional}$$

$$\frac{\{A \wedge b\}\, c\, \{A\}}{\{A\}\,\texttt{while}\ b\ \texttt{do}\ c\, \{A \wedge \neg b\}}\ \text{bucle while}$$

$$\frac{\models (A \Rightarrow A') \quad \{A'\}\, c\, \{B'\} \quad \models (B' \Rightarrow B)}{\{A\}\, c\, \{B\}}\ \text{implicación}$$