

Resumen de Semántica, (II)

freire@lfcia.org



Sintaxis

$m, n \in \mathbf{N}$	$= \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$	números enteros
$t \in \mathbf{T}$	$= \{\text{true}, \text{false}\}$	booleanos
$i \in \mathbf{Intvar}$	$= \{i, j, k, \dots\}$	variables enteras
$X, Y \in \mathbf{Loc}$	$= \{X, Y, Z, \dots\}$	variables
$a \in \mathbf{Aexpv}$	$=$	expresiones aritméticas
$b \in \mathbf{Assn}$	$=$	Aserciones
$c \in \mathbf{Com}$	$=$	comandos

Las clases **Aexpv**, **Assn** y **Com** están especificadas por las siguientes ecuaciones BNF:

$a ::= n$	$A ::= \text{true}$	$c ::= \text{skip}$
X	false	$X := a$
i	$a_0 = a_1$	$c_0; c_1$
$a_0 + a_1$	$a_0 < a_1$	$\text{if } b \text{ then } c_0 \text{ else } c_1$
$a_0 - a_1$	$\neg A$	$\text{while } b \text{ do } c$
$a_0 \times a_1$	$A_0 \wedge A_1$	
	$A_0 \vee A_1$	
	$A_0 \Rightarrow A_1$	
	$\forall i. A$	
	$\exists i. A$	



Semántica denotacional

$$\underline{\mathcal{A}v \llbracket a \rrbracket I : \Sigma \rightarrow \mathbf{N}}$$

Una *interpretación* es una función:

$$I : \mathbf{Intvar} \rightarrow \mathbf{N}$$

Regla:

$$\begin{aligned} (I[n/i])(i) &= n \\ (I[n/i])(j) &= I(j) \quad \text{si } i \neq j \end{aligned}$$

$$\mathcal{A}v \llbracket n \rrbracket I\sigma = n, \quad \mathcal{A}v \llbracket X \rrbracket I\sigma = \sigma(X), \quad \mathcal{A}v \llbracket i \rrbracket I\sigma = I(i)$$

$$\mathcal{A}v \llbracket a_0 + a_1 \rrbracket I\sigma = \mathcal{A}v \llbracket a_0 \rrbracket I\sigma + \mathcal{A}v \llbracket a_1 \rrbracket I\sigma$$

$$\mathcal{A}v \llbracket a_0 - a_1 \rrbracket I\sigma = \mathcal{A}v \llbracket a_0 \rrbracket I\sigma - \mathcal{A}v \llbracket a_1 \rrbracket I\sigma, \quad \mathcal{A}v \llbracket a_0 \times a_1 \rrbracket I\sigma = \mathcal{A}v \llbracket a_0 \rrbracket I\sigma \times \mathcal{A}v \llbracket a_1 \rrbracket I\sigma$$

Para toda $a \in \mathbf{Aexp} \subseteq \mathbf{Aexpv}$,

$$\mathcal{A} \llbracket a \rrbracket \sigma = \mathcal{A}v \llbracket a \rrbracket I\sigma$$

Definimos:

$$\Sigma_{\perp} = \Sigma \cup \{\perp\}$$



$$\sigma \models^I A$$

$$\sigma \models^I \text{true}$$

$$\sigma \models^I (a_0 = a_1) \text{ si } \mathcal{A}v[a_0]I\sigma = \mathcal{A}v[a_1]I\sigma$$

$$\sigma \models^I (a_0 \leq a_1) \text{ si } \mathcal{A}v[a_0]I\sigma \leq \mathcal{A}v[a_1]I\sigma$$

$$\sigma \models^I A \wedge B \text{ si } \sigma \models^I A \text{ y } \sigma \models^I B$$

$$\sigma \models^I A \vee B \text{ si } \sigma \models^I A \text{ o } \sigma \models^I B$$

$$\sigma \models^I \neg A \text{ si } \sigma \not\models^I A$$

$$\sigma \models^I A \Rightarrow B \text{ si } (\sigma \not\models^I A) \text{ o } \sigma \models^I B$$

$$\sigma \models^I \forall i. A \text{ si } \sigma \models^{I[n/i]} A \text{ para todo } n \in \mathbb{N}$$

$$\sigma \models^I \exists i. A \text{ si } \sigma \models^{I[n/i]} A \text{ para algùn } n \in \mathbb{N}$$

$$\perp \models^I A$$

Para toda $b \in \mathbf{Bexp} \subseteq \mathbf{Assn}$, y toda interpretación I ,

$$\mathcal{B}[b]\sigma = \text{true} \text{ sí y solo si } \sigma \models^I b$$

$$\mathcal{B}[b]\sigma = \text{false} \text{ sí y solo si } \sigma \not\models^I b$$



Definimos la *extensión* de A respecto a una interpretación I como:

$$A^I = \{\sigma \in \Sigma_{\perp} \mid \sigma \models^I A\}$$

Una *aserción de corrección parcial*

$$\{A\} c \{B\}$$

está definida por:

$$\sigma \models^I \{A\} c \{B\} \text{ sí y solo si } (\sigma \models^I A) \Rightarrow ((\mathcal{C}[\![c]\!])\sigma) \models^I B)$$

Definimos *validez*

$$\models \{A\} c \{B\}$$

si

$$\sigma \models^I \{A\} c \{b\} \text{ para cualesquiera } I \text{ y } \sigma \in \Sigma_{\perp}$$



Reglas de prueba para la corrección parcial

$$\frac{}{\{A\} \text{ skip } \{A\}} \text{ skip}$$

$$\frac{}{\{A[a/X]\} X := a \{A\}} \text{ asignación}$$

$$\frac{\{A\} c_0 \{C\} \quad \{C\} c_1 \{B\}}{\{A\} c_0; c_1 \{B\}} \text{ concatenación}$$

$$\frac{\{A \wedge b\} c_0 \{B\} \quad \{A \wedge \neg b\} c_1 \{B\}}{\{A\} \text{ if } b \text{ then } c_0 \text{ else } c_1 \{B\}} \text{ condicional}$$

$$\frac{\{A \wedge b\} c \{A\}}{\{A\} \text{ while } b \text{ do } c \{A \wedge \neg b\}} \text{ bucle while}$$

$$\frac{\models (A \Rightarrow A') \quad \{A'\} c \{B'\} \quad \models (B' \Rightarrow B)}{\{A\} c \{B\}} \text{ implicación}$$

