EXAMEN DE VALIDACIÓN Y VERIFICACIÓN DEL SOFTWARE. 16/1/2023.

APELLIDOS Y NOMBRE: ....

1) **(70 pts)** Un partido de fútbol puede estar en juego j o parado $\neg j$. En un momento dado, se puede marcar un gol g o el árbitro puede pitar una falta f. Formula los siguientes enunciados en LTL

   - No se puede marcar un gol cuando el juego está parado.

   $$\Box\neg(g \wedge \neg j)$$

   - Si se marca un gol o se comete una falta, inmediatamente después se para el juego.

   $$\Box(g \vee f \to \bigcirc\neg j)$$

   - En algún momento, el partido se termina (dejamos de jugar).

   $$\Diamond\Box\neg j$$

   - Tras una falta, el partido siempre se reanuda tarde o temprano

   $$\Box(f \to \bigcirc\Diamond j)$$

   - Tras una falta, no puede volver a pitarse otra sin que se haya reanudado el juego antes

   $$\Box\neg(f \wedge (\neg j \;\mathcal{U}\; f)) \;\equiv\; \Box(f \to (j \;\mathcal{R}\; \neg f))$$

2) **(20 pts)** Formalmente, un autómata de Büchi y un autómata finito no determinista (AFND) tienen la misma estructura y aspecto. Explica brevemente cuál es la diferencia esencial entre ellos.

   Mientras que el AFND acepta cadenas de longitud finita, el autómata de Büchi acepta ω-lenguajes con cadenas de longitud infinita. Para ello, la condición de aceptación del autómata de Büchi es que exista una ejecución del autómata que lea la cadena visitando algún estado de aceptación un número infinito de veces.

3) **(50 pts)** Dadas las fórmulas:

$$\alpha \stackrel{def}{=} (p \vee q) \;\mathcal{U}\; r \qquad\qquad \beta \stackrel{def}{=} (p \;\mathcal{U}\; r) \vee (q \;\mathcal{U}\; r)$$

demostrar cada dirección de la equivalencia o, si no se cumple, presentar un contraejemplo
$\models \alpha \rightarrow \beta$ ¿se cumple? [ ]-Sí [ ]-No
Explicación:

$\models \beta \rightarrow \alpha$ ¿se cumple? [ ]-Sí [ ]-No
Explicación:

Satisfaction of a temporal formula
Let $M = s_0, s_1, \ldots$ with $i \geq 0$. We say that $M, i \models \alpha$ when:

- $M, i \models p$ if $p \in s_i$ (for $p \in \Sigma$)
- $M, i \models \Box\alpha$ if $M, j \models \alpha$ for all $j \geq i$
- $M, i \models \Diamond\alpha$ if $M, j \models \alpha$ for some $j \geq i$
- $M, i \models \bigcirc\alpha$ if $M, i+1 \models \alpha$
- $M, i \models \alpha\, \mathcal{U}\, \beta$ if there exists $n \geq i$, $M, n \models \beta$ and $M, j \models \alpha$ for all $i \leq j < n$.
- $M, i \models \alpha\, \mathcal{W}\, \beta$ if $M, i \models \Box\alpha$ or $M, i \models \alpha\, \mathcal{U}\, \beta$

Kamp's translation
Temporal formula α at time point i becomes $MFO(<)$ formula $\alpha(i)$

$$\begin{aligned}
(p)(i) &\stackrel{def}{=} p(i) \\
(\neg\alpha)(i) &\stackrel{def}{=} \neg\alpha(i) \\
(\alpha \vee \beta)(i) &\stackrel{def}{=} \alpha(i) \vee \beta(i) \\
(\alpha \wedge \beta)(i) &\stackrel{def}{=} \alpha(i) \wedge \beta(i) \\
(\bigcirc\alpha)(i) &\stackrel{def}{=} \alpha(i+1) \\
(\Diamond\alpha)(i) &\stackrel{def}{=} \exists j \geq i : \alpha(j) \\
(\Box\alpha)(i) &\stackrel{def}{=} \forall j \geq i : \alpha(j) \\
(\alpha\, \mathcal{U}\, \beta)(i) &\stackrel{def}{=} \exists j \geq i : (\beta(j) \wedge (\forall k \in i..j-1 : \alpha(k))) \\
(\alpha\, \mathcal{R}\, \beta)(i) &\stackrel{def}{=} \forall j \geq i : (\beta(j) \vee (\exists k \in i..j-1 : \alpha(k)))
\end{aligned}$$