

Grado en Inteligencia Artificial: Examen de LÓGICA

Primera oportunidad, 30 de mayo de 2025

Apellidos: _____

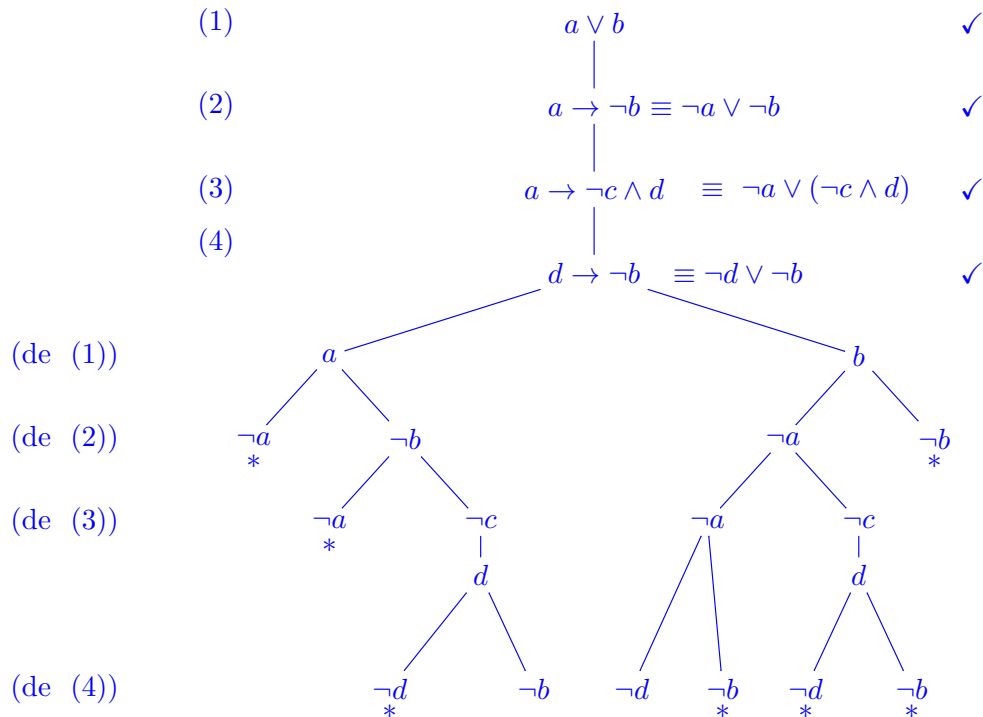
Nombre: _____

- Tal como especifica la guía docente, este examen puntúa sobre un máximo de **6 puntos** (el 60% de la nota global) y, para aprobar la asignatura, se requiere obtener un **mínimo de 3 puntos** en la presente prueba (además de sumar al menos un 50% del total de la asignatura).
- Este enunciado consta de **4 páginas**. Procura usar el espacio en blanco en cada ejercicio. Si no es suficiente, indica en el enunciado “(*) Contestado aparte” y puedes solicitar un folio adicional.

Ejercicio 1 (2 puntos). Dada la fórmula:

$$\mathcal{A} : (d \rightarrow \neg b) \wedge (a \rightarrow \neg b) \wedge (a \vee b) \wedge (a \rightarrow \neg c \wedge d)$$

a) Usa un **árbol semántico** para hallar una **forma normal disyuntiva** de $\mathcal{A}$.



$$\mathcal{A} \equiv (a \wedge \neg b \wedge \neg c \wedge d) \vee (\neg a \wedge b \wedge \neg d)$$

b) ¿Es $\mathcal{A}$ una contingencia? Razona la respuesta.

Es una contingencia pues tiene modelos (por ejemplo, $\{a, \neg b, \neg c, d\}$) y contraejemplos ($\{a, b, c, d\}$, entre otros).

c) Considera las proposiciones $C_1 : b \rightarrow c$ y $C_2 : \neg b \rightarrow d$. Usa el árbol del apartado (a) para **decidir cuál de los siguientes argumentos es válido** $\mathcal{A} \models C_1$ o $\mathcal{A} \models C_2$. Justifica adecuadamente tu respuesta proporcionando un contraejemplo para el argumento que no sea válido.

Se verifica $\mathcal{A} \models C_2$ puesto que $\mathcal{A} \wedge \neg C_2 \equiv \mathcal{A} \wedge (\neg b \wedge \neg d) \equiv \perp$, mientras que $\mathcal{A} \wedge \neg C_1 \equiv \mathcal{A} \wedge (b \wedge \neg c) \equiv (\neg a \wedge b \wedge \neg c \wedge \neg d)$. La interpretación $\{\neg a, b, \neg c, \neg d\}$ es un contraejemplo de $\mathcal{A} \models C_1$.

Ejercicio 2 (1 punto). Utiliza tanto el método de diagrama de Karnaugh como el método de Quine-McCluskey para obtener una representación mínima (en forma normal disyuntiva) de la fórmula α cuya tabla de modelos es la siguiente:

modelo	minterm	string
$\emptyset$	m0	0000
$\{r\}$	m2	0010
$\{r, s\}$	m3	0011
$\{q, r\}$	m6	0110
$\{q, r, s\}$	m7	0111
$\{p, r\}$	m10	1010
$\{p, r, s\}$	m11	1011

- Mediante un diagrama de Karnaugh.

$p \backslash q \begin{matrix} r & s \end{matrix}$	00	01	11	10	
00	1 m0	m1	1 m3	1 m2	$i_3 = \neg p \wedge \neg q \wedge \neg s$
01	m4	m5	1 m7	1 m6	$i_1 = \neg p \wedge r$
11	m12	m13	m15	m14	
10	m8	m9	1 m11	1 m10	$i_2 = \neg q \wedge r$

- Mediante el método de Quine-McCluskey:

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m0	0000 ×	m(0,2)	00 – 0 *	m(2,3,6,7)	0 – 1 – *
m2	0010 ×	m(2,3)	001 – ×	m(2,3,10,11)	– 01 – *
m3	0011 ×	m(2,6)	0 – 10 ×	m(2,6,3,7)	0 – 1 –
m6	0110 ×	m(3,7)	0 – 11 ×	m(2,10,3,11)	– 01 –
m7	0111 ×	m(6,7)	011 – ×		
m10	1010 ×	m(2,10)	– 010 ×		
m11	1011 ×	m(3,11)	– 011 ×		
		m(10,11)	101 – ×		

Los implicantes marcados con * son implicantes primos; : $m(0, 2)$, $m(2, 3, 6, 7)$, $m(2, 3, 10, 11)$

	0	2	3	6	7	10	11
$m(0,2)$	×	×					
$m(2,3,6,7)$		×	×	×	×		
$m(2,3,10,11)$		×	×			×	×

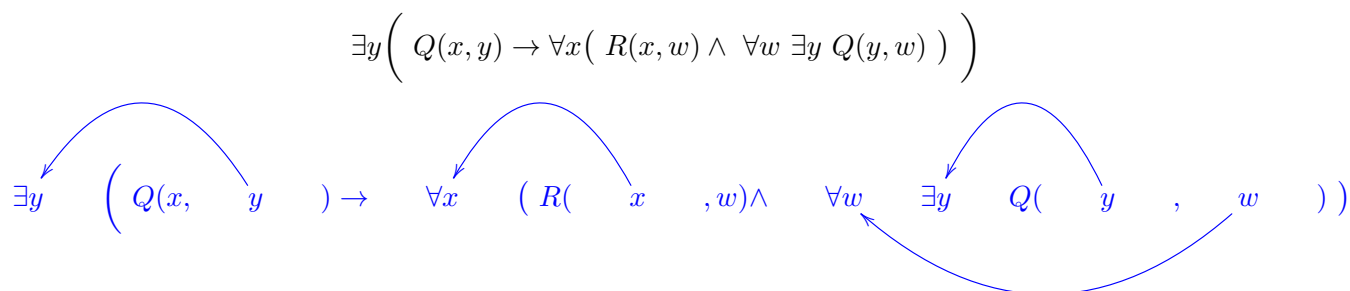
$$\alpha \equiv (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge r) \vee (\neg q \wedge r)$$

Ejercicio 3 (1 punto). Prueba la validez del seciente:

$$\vdash \exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y)$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\#}{P(a, b) \vdash P(a, b)} \quad (Ax) \\
 \frac{P(a, b) \vdash P(a, b)}{P(a, b) \vdash \exists x P(x, b)} \quad (\exists R) \\
 \frac{P(a, b) \vdash \exists x P(x, b)}{\forall y P(a, y) \vdash \exists x P(x, b)} \quad (\forall L) \\
 \frac{\forall y P(a, y) \vdash \exists x P(x, b)}{\forall y P(a, y) \vdash \forall y \exists x P(x, y)} \quad (\forall R) \\
 \frac{\forall y P(a, y) \vdash \forall y \exists x P(x, y)}{\exists x \forall y P(x, y) \vdash \forall y \exists x P(x, y)} \quad (\exists L) \\
 \frac{\exists x \forall y P(x, y) \vdash \forall y \exists x P(x, y)}{\vdash \exists x \forall y P(x, y) \rightarrow \forall y \exists x P(x, y)} \quad (\rightarrow R)
 \end{array}$$

Ejercicio 4 (0,5 puntos). Dada la siguiente fórmula en lógica de predicados, indica todas las apariciones de variables **ligadas** que aparezcan en los argumentos de los predicados, señalándolas con una flecha que apunte al cuantificador al que está siendo ligada:



Ejercicio 5 (1,5 puntos).

- Supongamos que, hablando de obtener el carnet de conducir, manejamos las 4 proposiciones e, c, t, p con el significado e =“estudiar”, c =“obtener el carnet”, t =“aprobar el test de teoría” y p =“aprobar el examen práctico”, traduce los siguientes enunciados a lógica proposicional:

$P1$: Para obtener el carnet, es suficiente con aprobar el test y el examen práctico

$$t \wedge p \rightarrow c$$

$P2$: Para aprobar el examen práctico, es necesario aprobar el test

$$p \rightarrow t$$

$P3$: Si no estudias, no obtienes el carnet

$$\neg e \rightarrow \neg c$$

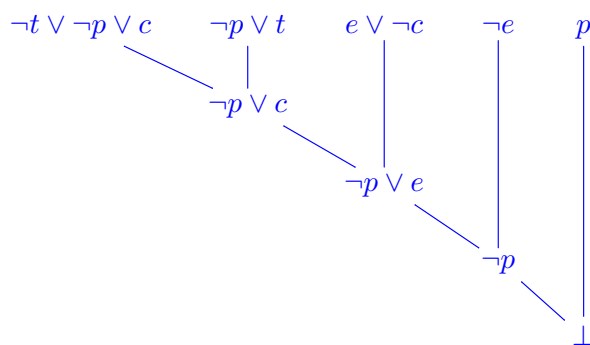
C : Para aprobar las prácticas, es necesario estudiar

$$p \rightarrow e$$

- Se desea comprobar si la conclusión C se sigue de las tres premisas $P1, P2, P3$ usando resolución. Para ello, representa la fórmula $P1 \wedge P2 \wedge P3 \wedge \neg C$ en Forma Normal Conjuntiva (FNC).

$$(\neg t \vee \neg p \vee c) \wedge (\neg p \vee t) \wedge (e \vee \neg c) \wedge (p) \wedge (\neg e)$$

- Por último, aplica resolución sobre el conjunto de cláusulas (que obtuviste en el paso anterior) para averiguar si la conclusión C se sigue de las premisas, intentando obtener la cláusula vacía $\perp$.



La prueba que has obtenido ¿sigue la estrategia de **resolución lineal**? Razona la respuesta. Dado que la prueba por resolución no es única, dependerá de la respuesta obtenida en el apartado anterior. En el caso de la prueba que hemos propuesto aquí (solución de arriba), en efecto, se sigue la estrategia lineal porque en cada paso de resolución (salvo el inicial) se usa siempre el último resolvente obtenido en el paso anterior.