EXAMEN DE VALIDACIÓN Y VERIFICACIÓN DEL SOFTWARE. 8/7/2014.

APELLIDOS Y NOMBRE: . . . .

1) **(2,5 puntos)** En un sistema de control de llamadas telefónicas tenemos una señal a que indica que en ese estado se está atendiendo una llamada. Una llamada puede durar uno o más estados consecutivos. El evento s indica que, en ese estado, se solicita una conexión. Queremos garantizar que: si se produce un número infinito de eventos s entonces tenemos un número infinito de llamadas diferentes. ¿Cómo expresarías esa propiedad en LTL?

   Cada llamada termina obligatoriamente con una transición de a hacia $\neg a$ en el siguiente estado, es decir $a \wedge \bigcirc \neg a$. Para contar un número infinito de eventos E usamos $\Box\Diamond E$. Por tanto:

$$\Box\Diamond s \to \Box\Diamond(a \wedge \bigcirc \neg a)$$

2) **(2,5 puntos)** ¿Qué forma tienen los modelos de la fórmula $\Diamond p \to \neg p$?

   Esa fórmula equivale a $\neg\Diamond p \vee \neg p$ y, aplicando De Morgan, es equivalente a $\neg(\Diamond p \wedge p)$. Como p implica $\Diamond p$, la conjunción de estas dos cosas $\Diamond p \wedge p$ equivale p. Por lo tanto, la fórmula original equivale a $\neg p$, es decir, los modelos son cualquier interpretación que haga falso p en el estado inicial.

   ¿y los de la fórmula $p \,\mathcal{U}\, \Box p$? Son los de $\Box p$ ya que mantienen p hasta un punto a partir del cual $\Box p$. Esto es lo mismo que $\Box p$.

3) **(2,5 puntos)** Demostrar que las fórmulas:

$$\alpha \stackrel{def}{=} \Diamond\Box p \qquad\qquad \beta \stackrel{def}{=} \Box\Diamond\Box p$$

   son equivalentes o, si no lo son, encontrar un contraejemplo. Son equivalentes. Primero, nótees que $\Box\gamma$ implica γ para cualquier γ por lo que la fórmula de la derecha implica la de la izquierda. Ahora, para la otra dirección, si α es cierto, hay un punto futuro j en el que p se vuelve cierto siempre. Supongamos β falso. Entonces existe un punto futuro k en el que $\neg\Diamond\Box p$, es decir, que a partir de ahí nunca llegamos a un punto futuro en el que p se vuelva cierto para siempre. Pero eso contradice la existencia de j, tanto si $j \le k$ como si $j \ge k$.

4) **(2,5 puntos)** Demostrar que las fórmulas:

$$\alpha \stackrel{def}{=} \Box\Diamond p \qquad\qquad \beta \stackrel{def}{=} \Diamond\Box\Diamond p$$

   son equivalentes o si no lo son, encontrar un contraejemplo. (NOTA: si es posible, usar el ejercicio anterior) (CONTESTA DETRÁS) En la prueba anterior, hemos demostrado $\Diamond\Box p \equiv \Box\Diamond\Box p$ y en realidad, podemos cambiar p por cualquier fórmula (regla de sustitución universal). Así que esto también se cumple para $\neg p$. Por tanto $\Diamond\Box\neg p \equiv \Box\Diamond\Box\neg p$. Aplicando De Morgan a ambos lados obtenemos $\neg\Box\Diamond p \equiv \neg\Diamond\Box\Diamond p$. Por último, dos fórmulas son equivalentes si y sólo si sus negaciones lo son, por lo que obtenemos $\Box\Diamond p \equiv \Diamond\Box\Diamond p$