

# Tema 1: Minimización

Lógica - Grado en Inteligencia Artificial (UDC)

Curso 2022–2023

F. Aguado, P. Cabalar, G. Pérez, C. Vidal

## Minimización: método de Quine-McCluskey

$$\alpha = (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$$

- Comenzamos con la tabla de los modelos de  $\alpha$ .
- En cada paso, emparejamos pares de cadenas que **difieren en una única posición**, y esta se reemplaza por un guión.
- Marcamos con  $\times$  las dos cadenas usadas para emparejar

minterm	string	minterm	string
m1	001 $\times$	m(1,3)	0-1
m2	010 $\times$	m(2,3)	01-
m3	011 $\times$	m(2,6)	-10
m6	110 $\times$		

## Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los implicantes que quedan sin marca  $\times$  son **implicantes primos**.
- En el ejemplo:  $m(1,3)$ ,  $m(2,3)$ ,  $m(2,6)$ .
- Aunque no todos son esenciales.
- Construimos una tabla:

	1	2	3	6
$m(1,3)$	$\times$		$\times$	
$m(2,3)$		$\times$	$\times$	
$m(2,6)$		$\times$		$\times$

- Las columnas con una sola  $\times$  indican implicantes **esenciales**
- Con los dos implicantes esenciales,  $m(1,3)$  y  $m(2,6)$  se cubren **todos los modelos** de  $\alpha$ :

$$\alpha \equiv \underbrace{(\neg p \wedge r)}_{m(1,3)} \vee \underbrace{(q \wedge \neg r)}_{m(2,6)}$$

Nota: Las secuencias que corresponden a esos implicantes son:

$$m(1,3) \mapsto 0 - 1 \text{ y } m(2,6) : \mapsto - 1 0$$

# Minimización: Diagrama de Karnaugh

## Ejemplo

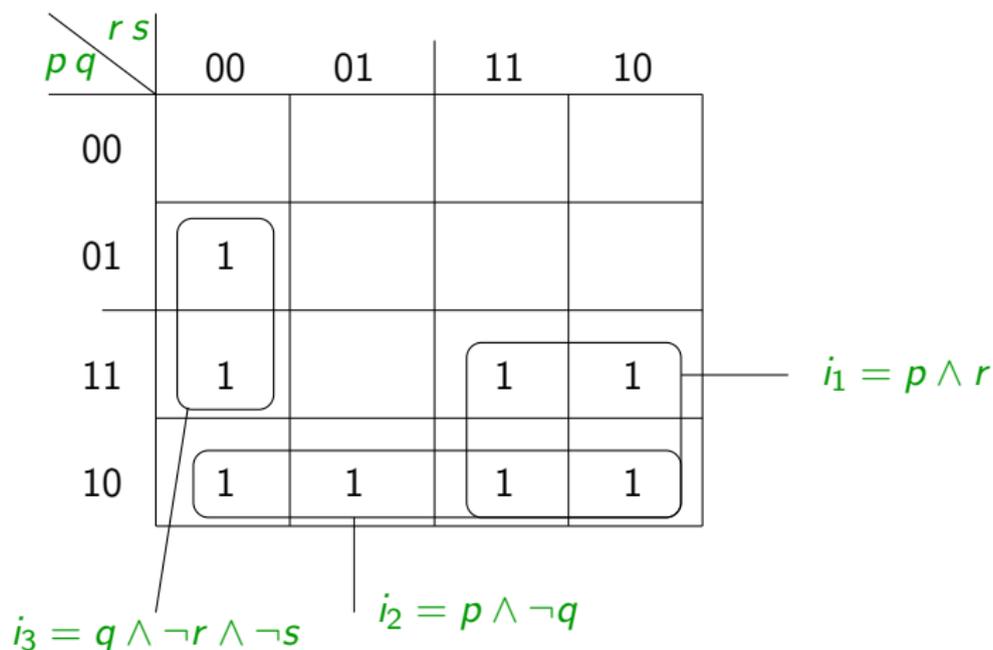
Tabla de modelos de  $\alpha$

minterm	string
m4	0100
m8	1000
m9	1001
m10	1010
m11	1011
m12	1100
m14	1110
m15	1111

$rs$ $pq$	00	01	11	10
00				
01	1			
11	1		1	1
10	1	1	1	1

# Minimización: Diagrama de Karnaugh

## Ejemplo



$$\alpha \equiv (p \wedge r) \vee (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r \wedge \neg s)$$

## Minimización: método de Quine-McCluskey

A partir de la tabla de los modelos de  $\alpha$ , emparejamos pares de cadenas que **difieren en una única posición**, y esta se reemplaza por un guion.

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	– 100 *	m(8,9,10,11)	10 – – *
m8	1000	m(8,9)	100 –	<del>m(8,10,9,11)</del>	<del>10</del>
m9	1001	m(8,10)	10 – 0	m(8,10,12,14)	1 – – 0 *
m10	1010	m(8,12)	1 – 00	<del>m(8,12,10,14)</del>	<del>1 – – 0</del>
m11	1011	m(9,11)	10 – 1	m(10,11,14,15)	1 – 1 –
m12	1100	m(10,11)	101 –	<del>m(10,14,11,15)</del>	<del>1 – 1 –</del>
m14	1110	m(10,14)	1 – 10		
m15	1111	m(11,15)	1 – 11		
		m(12,14)	11 – 0		
		m(14,15)	111 –		

Si una cadena no se empareja, se marca con \*

## Minimización: método de Quine-McCluskey

minterm	string	minterm	string	minterm	string
m4	0100	m(4,12)	— 100 *	m(8,9,10,11)	10 — — *
m8	1000	m(8,9)	100 —		
m9	1001	m(8,10)	10 — 0	m(8,10,12,14)	1 — — 0 *
m10	1010	m(8,12)	1 — 00		
m11	1011	m(9,11)	10 — 1	m(10,11,14,15)	1 — 1 — *
⋮	⋮	⋮	⋮		

- Los implicantes marcados con \* son **implicantes primos**.
- En el ejemplo:  
 $m(4, 12)$ ,  $m(8, 9, 10, 11)$ ,  $m(8, 10, 12, 14)$ ,  $m(10, 11, 14, 15)$ .
- Aunque no todos son esenciales.

## Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los implicantes marcados con \* son **implicantes primos**:

$$m(4, 12), m(8, 9, 10, 11), m(8, 10, 12, 14), m(10, 11, 14, 15)$$

Aunque no todos son esenciales

- Tabla:

	4	8	9	10	11	12	14	15
$m(4,12)$	×					×		
$m(8,9,10,11)$		×	×	×	×			
$m(8,10,12,14)$		×		×		×	×	
$m(10,11,14,15)$				×	×		×	×

- Las columnas con una sola × indican implicantes **esenciales**
- Los tres implicantes esenciales,  $m(4, 12)$ ,  $m(8, 9, 10, 11)$  y  $m(10, 11, 14, 15)$ , cubren **todos los modelos** de la fórmula.

# Minimización: método de Quine-McCluskey

- Los tres implicantes **esenciales**

$$m(4, 12), \quad m(8, 9, 10, 11), \quad m(10, 11, 14, 15)$$

cubren todos los modelos de  $\alpha$ :

$$\alpha \equiv \underbrace{(q \wedge \neg r \wedge \neg s)}_{m(4,12)} \vee \underbrace{(p \wedge \neg q)}_{m(8,9,10,11)} \vee \underbrace{(p \wedge r)}_{m(10,11,14,15)}$$

Recordamos: las secuencias que corresponden a esos implicantes son:

$$\begin{aligned} m(4, 12) &\mapsto \quad -100 \\ m(8, 9, 10, 11) &\mapsto \quad 10 - - \\ m(10, 11, 14, 15) &\mapsto \quad 1 - 1 - \end{aligned}$$